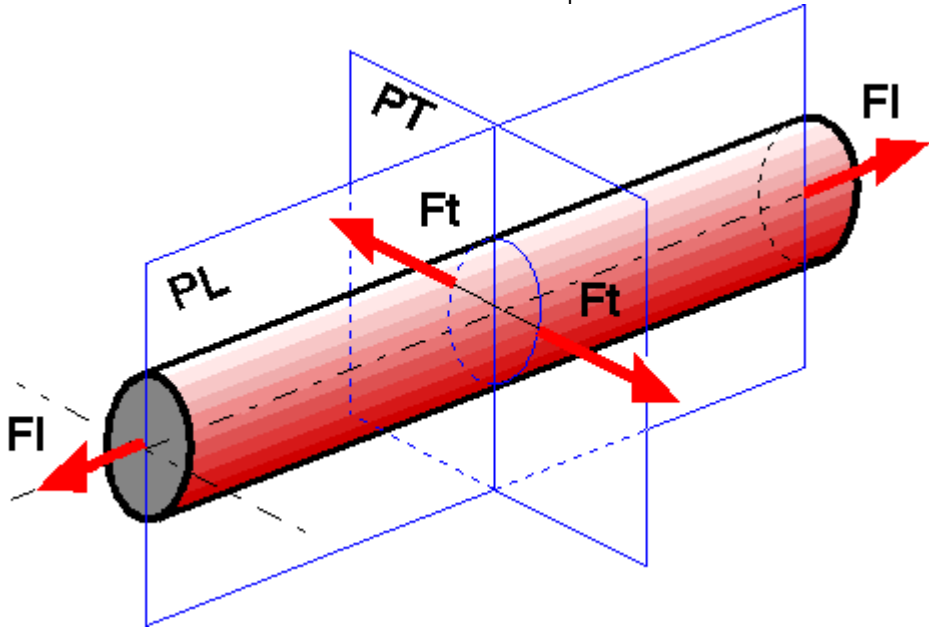


# Pourquoi un angle à 54°3/4 pour enrayer les fibres de verre sur un tube en résine armée

Le tube représenté est bouché à ses deux extrémités et est soumis à une pression interne P.



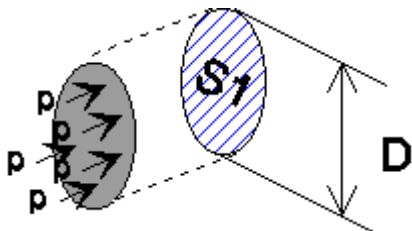
Cette pression a deux effets sur le tube :

- en poussant sur les fonds du tube, elle crée une force FI (force longitudinale) qui allonge le tube;
- en poussant sur les parois du tube, elle crée une force Ft (force transversale) qui augmente le diamètre du tube.

On peut calculer ces forces en faisant le produit de la pression par la surface perpendiculaire à la direction de la pression sur laquelle elle s'exerce (cette surface est appelée "surface projetée").

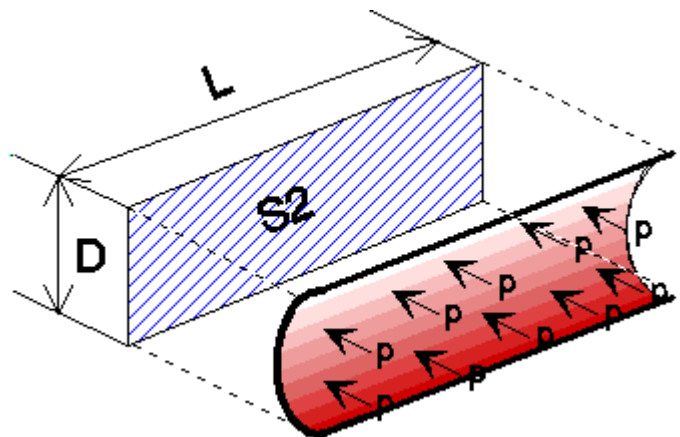
Pour la force FI, on calcule :

$$F_I = P \cdot S_1 = P \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$



De même pour Ft :

$$F_t = P \cdot S_2 = P \cdot D \cdot L$$



Ces deux forces créent des contraintes  $\sigma_l$  et  $\sigma_t$  que l'on calcule en faisant des coupes fictives du tube par le plan longitudinal PL et le plan transversal PT.

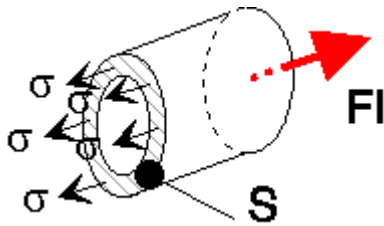
- Calcul de  $\sigma_l$

L'action des contraintes s'oppose à la force  $F_l$  :

$$F_l = \sigma_l \cdot S = \sigma_l \cdot \pi \cdot D \cdot e$$

avec :

- $D$  : diamètre intérieur du tube
- $e$  : épaisseur du tube



En utilisant le calcul de  $F_l$  précédent, on trouve :

$$\sigma_l = \frac{P \cdot D}{4 e}$$

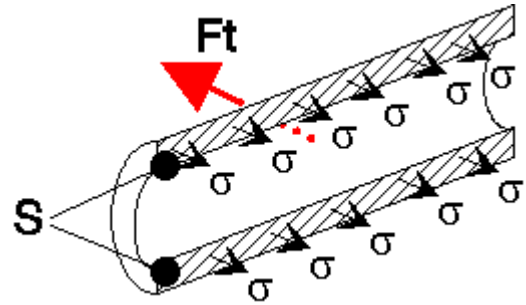
- Calcul de  $\sigma_t$

L'action des contraintes s'oppose à la force  $F_t$

$$F_t = \sigma_t \cdot S = \sigma_t \cdot 2 \cdot e \cdot L$$

avec :

- $e$  : épaisseur du tube



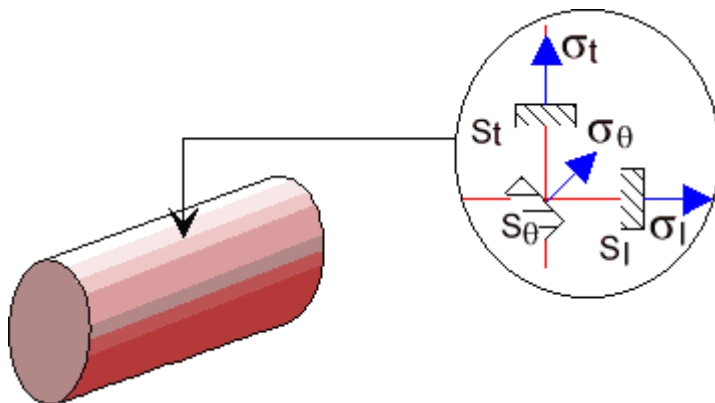
En utilisant le calcul de  $F_t$  précédent, on trouve :

$$\sigma_t = \frac{P \cdot D}{2 e}$$

On constate donc que  $\sigma_t = 2 \cdot \sigma_l$ . Ce résultat va nous permettre de calculer l'angle d'enroulement optimal.

La résistance d'un composite est en effet maximale lorsque la contrainte s'exerce dans le sens des fibres de verre. La recherche de la résultante maximale  $\sigma_\theta$  de ces deux contraintes nous indiquera la direction dans laquelle doivent être enroulées les fibres.

En examinant les contraintes en un point quelconque du tube, on peut représenter la situation de la façon suivante :



Chaque contrainte est une force exercée sur une unité de surface.  $\sigma_\theta$  est la résultante de  $\sigma_t$  et  $\sigma_l$ . On exprime que :

- $\sigma_l$  est la projection de  $\sigma_\theta$  sur l'axe longitudinal du tube. Mais s'agissant d'une contrainte, il faut projeter à la fois le vecteur  $\sigma_\theta$ , mais également la surface sur laquelle elle s'applique, puisque dans la direction de l'axe du tube  $S_\theta = S_l \cdot \cos \theta$ .
- On obtient donc 
$$\sigma_l = \sigma_\theta \cos \theta \cdot \cos \theta = \sigma_\theta \cdot \cos^2 \theta$$
- De même pour  $\sigma_t$ , on obtient 
$$\sigma_t = \sigma_\theta \cdot \sin^2 \theta$$

Or d'après le résultat trouvé précédemment  $\sigma_t = 2 \cdot \sigma_l$ , on trouve en simplifiant par  $\sigma_\theta$  l'équation suivante

$2 \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$ . L'angle  $\theta$  solution de cette équation est l'angle de la direction de la résultante des deux contraintes longitudinales et transversales, donc l'angle de la direction dans laquelle la contrainte est maximale.

L'angle  $\theta$  solution de cette équation est  $54,735\dots^\circ$ , très proche de  $54^{\circ}/4$ .

### **Conclusion :**

En enroulant les fils de verre en formant un angle de  $54^{\circ}/4$  par rapport à l'axe longitudinal du tube, on garantit que le matériau composite résultant aura une résistance maximum dans la direction où il sera sollicité au maximum dans le cas d'un tube soumis à la pression avec effet de fond.